**مدل­سازی بهینه مصرف برق ایران با استفاده از یک روش بهینه­سازی ترکیبی پیشنهادی**

**مرتضی برخی,[[1]](#footnote-1)1، جواد پورحسین2**

**1- دانشجوی دکتری، گروه برق قدرت، دانشکده مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد گناباد**

**2- استادیار، گروه برق قدرت، دانشکده مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد گناباد**

**خلاصه**

با توجه به اهميت انرژي برق دولت‌ها و سازمان‌های وابسته به آن‌ها در كشورهاي توسعه‌یافته و در حال توسعه، در مورد پیش‌بینی مصرف برق توجه بسيار زيادي می‌کنند. خطا در پیش‌بینی مصرف برق می‌تواند موجب ايجاد ظرفیت‌های اضافي و يا كمبود در تأمین برق می‌گردد. اين امر هزینه‌های بسيار زيادي را به وجود خواهد آورد. بنابراين طراحي مدل پیش‌بینی مصرف برق با دقت بالا يك امر ضروري است. در اين مقاله، از عوامل زمان، جمعيت، توليد ناخالص ملي، واردات و صادرات به‌عنوان متغيرهاي مؤثر بر مصرف برق استفاده شده است. از آنجا كه رابطه بين متغيرهاي بیان‌شده و مصرف برق، نامشخص و غيرخطي است، تعريف يك رابطه يا ساختار رياضي بين اين متغيرها كار آساني نيست. بنابراين یک روش بهینه ترکیبی پیشنهادی كه می‌تواند چنين روابط غيرخطي را با هر ميزان دلخواه از دقت تعيين نمايند، برای تخمین مصرف برق پیشنهاد شده است. براي آموزش و آزمودن شبکه پیشنهادی طراحی‌شده، داده‌های چندین سال ایران جمع‌آوری شده است كه داده‌های 5 سال آخر براي آزمودن عملكرد شبكه مورد استفاده قرار گرفته است. براي بررسي ميزان دقت پیش‌بینی، چندین مدل متفاوت در مدل­سازی منحنی بار در نظر گرفته شده و نتایج حاصل شده با یکدیگر مقایسه و ارزیابی گردیده­اند. در انتها، میزان کارایی و دقت روش پیشنهادی نمایان شده است. سپس، با استفاده از نرخ رشد در نظر گرفته شده برای جمعیت، واردات، صادرات و تولید ناخالص ملی، توان مصرفی برق در سال­های آتی پیش­بینی شده است.

**کلمات کليدي:** الگوریتم جست­و­جوی محلی تکراری، الگوریتم کرم شب­تاب، تخمین منحنی مصرف، مدل بهینه.

**1. مقدمه**

تأمین انرژی، مهم­ترین مسئله در جهان می­باشد؛ زیرا حامل­های انرژی بر اقتصاد، رشد اجتماعی، کیفیت زندگی و ... تأثیرگذار است. درنتیجه، ارزیابی رفتار مصرف انرژی بسیار حیاتی است. تخمین مصرف انرژی یکی از مهم­ترین موضوعات در توسعه هر کشوری می­باشد. ضرورت آن، نیاز به شفاف بودن تقاضای انرژی در برنامه­ریزی­های طراحی، توسعه و سیاست­های راهبردی انرژی می­باشد.

پیش‌بینی دقیق میزان تقاضای آینده، نه‌تنها از تحمیل هزینه اضافی جلوگیری می‌کند. بلکه به‌عنوان نمونه در حوزه صنعت برق، منجر به تنظیم میزان تولید نیروگاه‌ها، بهبود کارایی بازار برق، شفافیت قیمت‌گذاری، کاهش خاموشی و افزایش کیفیت برق تحویلی می‌شود. همچنین یکی از پیش‌شرط‌های حرکت به سمت بازار رقابتی که بیشترین بهره‌مندی را برای نیروهای بازار فراهم می‌کند، داشتن اطلاعات دقیق و کامل از جریانات بازار، به‌ویژه میزان تقاضاست [1].

ايران يك كشور در حال توسعه می‌باشد و انتظار می‌رود با رشد اقتصادي در آينده به حد بالايي از ميزان مصرف انرژي برسد. با توجه به محدود بودن منابع انرژي، توليد انرژي برق وابستگي بسيار زيادي به سوخت‌های فسيلي دارد. با توجه به اهميت سوخت‌های فسيلي، ايجاد يك مدل دقيق براي پیش‌بینی ميزان مصرف برق بسيار ضروري می‌باشد.

براي تخمین مصرف برق، روش‌های مختلفي ابتکاری و هوشمند وجود دارد. بسته به نوآوری ارائه شده در هر روش، دقت و سرعت همگرایی متفاوتی نتیجه می­شود. روش­هایی مانند شبکه‌های عصبي مصنوعي [2]، فازي [3، 4]، الگوریتم ژنتیک [5، 6]، رگرسیون [7، 8]، کلاسه­بندی داده­ها [9]، نزدیک­ترین همسایه [10]، ازدحام ذرات [11] و بسیاری روش­های دیگر مورد استفاده قرار گرفته است. اگرچه شبكه عصبي نسبت به دیگر روش­ها، نرخ خطا كمتري داشته است [12] اما پیچیدگی و حجم بالاتری از محاسبات دارد. همچنین، اساس تخمین­ها در مراجع مختلف، متفاوت است. به این صورت که در برخی مراجع، پیش­بینی توان مصرفی فقط براساس تاریخچه میزان برق مصرف شده در سال­های قبل صورت گرفته است [11، 13-16]؛ اما در برخی مراجع دیگر، رشد مصرف برق همراه با رشد جمعیت لحاظ شده است؛ اما در صورت وجود شاخص­های اقتصادی و اجتماعی در توابع تخمین، مصارف پیش­بینی شده با واقعیت نزدیک­تر خواهد شد.

تاکنون کمتر به توليد ناخالص ملي، ميزان صادرات و واردات و عوامل جمعيتي به‌عنوان متغيرهاي تأثیرگذار بر مصرف برق توجه شده و بیش­تر سابقه مصرف برق کانون مطالعات بوده است. استفاده از شاخص­های اقتصادی و اجتماعی و پیشینه مصرف برق از موارد ضروری جهت تخمین دقیق منحنی مصرف می­باشد. در این مقاله، مسئله تخمین منحنی مصرف ایران بر اساس اطلاعات جامعی شامل صادرات، واردات، جمعیت و تولید ناخالص ملی در قالب یک مسئله بهینه­سازی با تابع تخمین مربعی انجام شده است.

اما به­دلیل زیاد بودن ضرایب تعیین تابع تخمین، امکان عدم موفقیت روش­های بهینه­سازی مرسوم در تعیین بهینه مقادیر این ضرایب وجود دارد. در این مقاله، توابع مختلفی برای مدل­سازی الگوی مصرف برق استفاده و با یکدیگر مقایسه شده است. همچنین، از الگوریتمی ترکیبی برای حل بهینه این مسئله نیز پیشنهاد شده است. در الگوریتم ترکیبی، از روش هوشمند کرم شب­تاب و روش جست و جوی تکرار محلی استفاده شده است. مزیت روش ترکیبی پیشنهادی، کاهش احتمال به­دام افتادن روش بهینه­سازی در نقاط بهینه محلی است.

**2. روش بهینه­سازی ترکیبی**

اساس کارکرد روش بهینه­سازی ترکیبی پیشنهادی براساس الگوریتم کرم شب­تاب می­باشد. به­دلیل احتمال بدام افتادن الگوریتم­های بهینه­­سازی در حداقل­های محلی، یکی از عمده معایب الگوریتم کرم شب­تاب، به دام افتادن مسیر حل مسئله در نقاط بهینه محلی است. در این شرایط، دقت و کارایی آن به‌شدت کاهش می­یابد. راهکار این مشکل، استفاده از روش مکمل، در این شرایط است.

به این منظور، از الگوریتم جست و جوی تکرار محلی برای کمک به خروج از نقطه بهینه محلی استفاده گردیده است. به این صورت که پس از عدم بهبود چندین تکرار پیاپی بدون بهبود در روند همگرایی الگوریتم کرم شب­تاب، الگوریتم جست و جوی تکرار محلی فعال شده و مسیر جست و جوی الگوریتم کرم شب­تاب را عوض می­کند. در صورتی که این عمل، منجر به دست­یابی به پاسخی بهتر شود، مجددا الگوریتم اقدامات الگوریتم کرم شب­تاب از سر گرفته می­شود.

اما، در صورتی که پس از تکرار چندین مرتبه از این فرآیند (اجرای الگوریتم جست و جوی تکرار محلی)، بهبودی حاصل نشود، همگرایی الگوریتم ترکیبی خاتمه می­یابد. زیرا پس از اعمال چندین اغتشاش و جابجایی مسیر جست و جوی الگوریتم کرم شب­تاب، مجددا به نقطه بهینه قبلی همگرا شود، به معنای سراسری بودن این نقطه بهینه می­باشد. در این صورت، علاوه بر افزایش دقت و کارایی روش، روند همگرایی نیز بهبود خواهد یافت. شمای کلی روش پیشنهادی در شکل 1 آورده شده است.



**شکل 1: شمای کلی روش پیشنهادی**

**2.1. الگوریتم کرم شب­تاب**

کرم‌های شب‌تاب از طریق مکانیسم­های شیمیایی می‌توانند انرژی ذخیره ‌شده‌ای که از طریق غذا یا روش‌های دیگر کسب کرده‌اند را به‌صورت نور از خود ساطع کنند. کرم‌های شب‌تاب می‌توانند الگوی خاصی (مانند پیغام SOS[[2]](#footnote-2)) را تولید کنند. کرم‌های شب‌تاب در طبیعت به‌طور دسته جمعی زندگی می‌کنند و همواره کرم کم‌نورتر به سمت کرم پرنورتر حرکت می‌کند. از آنجایی که جذابیت یک کرم شب‌تاب با شدت نور دیده‌شده توسط کرم‌های مجاور آن متناسب است، جذابیت (β) می­تواند به‌صورت (1) تعریف شود.

|  |  |
| --- | --- |
| (1) |  |

جابجایی یک کرم شب‌تاب i به سمت کرم شب‌تاب جذاب‌تر (روشن‌تر) j به‌صورت (2) تعریف می‌شود. همچنین، فاصله بین دو کرم به­صورت (3) قابل تعیین است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (2) |  | |
| (3) | |  |

بخش دوم در (2)، مربوط به جذابیت، بخش سوم پارامتر تصادفی ساز α و بردار تصادفی اعداد نشان داده شده از یک توزیع گوسین و یا توزیع یکنواخت می‌باشند.

**2.2. الگوریتم جستجوی محلی تکرارشونده[[3]](#footnote-3)**

الگوریتم جستجوی محلی تکراری از یک راه حل پیش رو آغاز می‌شود و سپس به صورت مکرر به راه حل مجاور حرکت می‌کند. جستجوي محلي وقتي مؤثر است که بتواند کمینه‌های محلي خوبي پیدا کند. وقتي فضاي جستجو وسيع است و يا نقاط بهینه محلي خوب متعددی وجود داشته باشد، يک الگوريتم ساده چند آغازه[[4]](#footnote-4) تقریباً بی‌استفاده است.

در این روش، با تغییر متعدد مسیر روند حل مساله، احتمال دستیابی به نقطه بهینه سراسری افزایش می­یابد. مشکل این روش، عدم هوشمندی در فرآیند حل می­باشد.

**3. مدل­سازی منحنی مصرف به­صورت مربعی**

در این مقاله، برای تخمین میزان مصرف برق کشور مدلی مربعی به‌صورت (4) بر اساس شاخص­های اقتصادی و اجتماعی ایران شامل تولید ناخالص ملی[[5]](#footnote-5) (D)، صادرات[[6]](#footnote-6) (C) و واردات[[7]](#footnote-7) (B)، جمعیت[[8]](#footnote-8) (A) در سال tام می‌باشد، استفاده شده است. طبق این مدل پیشنهادی، ابتدا باید ضرایب به­طور بهینه و بر اساس اطلاعات مصرف برق و ضرایب A، B، C و D در سال­های گذشته تعیین شوند. سپس، بر اساس نرخ رشد ضرایب A، B، C و D در سال­های آتی و ضرایب به­دست آمده، امکان تخمین مصرف برق در سال­های آتی وجود دارد؛ مطابق شکل 2، برای تعیین بهینه ضرایب و افزایش دقت تخمین منحنی مصرف، باید اختلاف میان مقدار پیش­بینی شده و مقدار واقعی () حداقل شود.

|  |  |
| --- | --- |
| (4) |  |

FA-ILS

مدل مربعی

پارامترهای ورودی

**شکل 2: بلوک دیاگرام مکانیسم عملکرد روش پیشنهادی**

**4. فرمول­بندی مساله تخمین مصرف برق**

مانند شکل 3، هر کرم از 15 بخش تشکیل می­شود که هر قسمت تعیین‌کننده یک ضریب در ساختار تابع مربعی می­باشد. روند همگرایی الگوریتم کرم شب­تاب به نحوی می­باشد که با تغییر ضرایب به دنبال کاهش تابع هدف یا همان خطای تخمین می­باشد.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | کرم اول |
|  |  |  |  | کرم دوم |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | کرم jام |

**شکل 3: شمای کلی ساختار کرم­ها در الگوریتم پیشنهادی**

j تعداد کل کرم­ها در هر تکرار و k تعداد ضرایب تابع تخمین و در تابع مربعی پیشنهادی، برابر 15 می­باشد. درصورتی‌که در یک تکرار از الگوریتم کرم شب­تاب، بهبودی در تابع هدف ایجاد نشود، باید فرآیند الگوریتم جست‌وجوی محلی شروع گردد. اما زمانی که این الگوریتم در یک حداقل محلی متوقف شود، با اجرای الگوریتم جست‌وجوی محلی تکراری، مطابق (5) تغییراتی در پاسخ­ها باهدف خروج از این حداقل محلی (بهبود تابع هدف) ایجاد می­گردد. چنانچه، مقدار تابع هدف به ازای کرمی، دارای بهبود باشد، کرم جدید جایگزین کرم قبلی می­گردد.

سپس، تکرار بعدی الگوریتم کرم شب­تاب ادامه می­یابد.

|  |  |
| --- | --- |
| (5) |  |

میزان انحراف ایجاد شده برای هر بخش از کرم Jام می­باشد که بر اساس تابع توزیع احتمال در نظر گرفته شده برای اجرای روش تکرار محلی، درصدی () از حداکثر مقدار مجاز برای کرم مربوطه مطابق (6) می­باشد.

|  |  |
| --- | --- |
| (6) |  |

**4.­1. تابع هدف روش پیشنهادی**

هدف از روش ترکیبی بهینه، کاهش انحراف میزان مصرف پیش­بینی شده با مقدار واقعی می­باشد. در این راستا مطابق (7)، مجموع مجذور اختلاف میان دو میزان توان مصرفی واقعی و پیش­بینی شده در بازه موردمطالعه، به­عنوان مقدار تابع هدف () در نظر گرفته شده که بایستی حداقل گردد.

|  |  |
| --- | --- |
| (7) |  |

**4.­2. قیود مسئله**

تنها قید مسئله مذکور این است که باید محدوده مجاز هرکدام از ضرایب رعایت شوند. به این صورت که هر باید در رابطه (8) صدق کند.

|  |  |
| --- | --- |
| (8) |  |

زمانی که فرآیندهای الگوریتم جست‌وجوی محلی شروع می­شود، باید قید (9) نیز رعایت شده و مقدار نهایی به­عنوان مقدار جدید بخش مربوط به کرمی که منجر به بهبود در تابع هدف گشته است، در نظر گرفته شود.

|  |  |
| --- | --- |
| (9) |  |

**4.­3. شاخص­های ارزیابی دقت و کارایی روش**

در این قسمت، برای سنجش میزان دقت و کارایی روش پیشنهادی، از سه شاخص ­[[9]](#footnote-9) (متوسط مربعات خطای تخمین) ­[[10]](#footnote-10) (درصد انحراف توان­های مصرفی پیش­بینی شده نسبت به مقادیر واقعی)، (میزان تناسب تغییرات منحنی تخمینی نسبت به تغییرات متغیرهای ورودی­) استفاده شده است.

|  |  |
| --- | --- |
| (10) |  |
| (11) |  |
| (12) |  |

متوسط توان­های مصرفی واقعی و برابر (13) می­باشد.

|  |  |
| --- | --- |
| (13) |  |

**4.­4. الگوریتم حل مسئله**

فلوچارت الگوریتم پیشنهادی برای پیش­بینی مصرف برق در شکل 4 نمایش داده شده است. اولین گام، ورود اطلاعات به سیستم می­باشد. سپس با توجه به محدوده مجاز محتوای هر کرم، کرم­ها به­طور تصادفی و با استفاده از تابع توزیع یکنواخت، مقداردهی اولیه می­شوند. این کرم­ها، اولین جمعیت الگوریتم پیشنهادی را تشکیل می­دهند (M=1).

سپس، به ازای محتوای هر کرم که توصیف‌کننده یک منحنی برای تخمین میزان مصرف می­باشد، توان­های بار در طول کل بازه موردمطالعه پیش­بینی می­­شود. در ادامه، به ازای هرکدام از مجموعه تخمین­های توان مصرفی (هر کرم)، مقدار تابع هدف براساس (10) باید محاسبه شود. سپس باید بهترین کرم که دارای کم­ترین مقدار تابع هدف (کم­ترین خطا در تخمین) می­باشد، انتخاب و ذخیره گردد. سپس، فاصله و جذابیت تک­تک کرم­ها با سایر کرم­ها محاسبه و مقایسه شده و هر کرم به سمت جذاب­ترین کرم از دیدگاه خود، حرکت می­کند. درصورتی‌که این فرآیند برای تمامی کرم­ها انجام شود، باید موقعیت جدید کرم­ها به‌روزرسانی شود. N شمارنده کرم­های بررسی شده و J تعداد کل کرم­ها می­باشد.



**شکل 4: فلوچارت الگوریتم ترکیبی بهینه پیشنهادی**

سپس باید شرط توقف بررسی شود. چنانچه شرط توقف برقرار باشد، بهترین کرم که دارای کم­ترین مقدار تابع هدف در این تکرار می­باشد، به­عنوان بهترین پاسخ در نظر گرفته شده و تابع منحنی مصرف تخمین بهینه بر اساس ضرایب تعیین‌شده در آن کرم، تعریف می­شود. اما اگر شرط توقف برقرار نباشد، باید تمامی گام­های تکرار گردد.

به این منظور، شمارنده نسل یک واحد افزایش یافته و محاسبات زیر در این تکرار انجام گرفته و برخی نتایج لازم آن ذخیره گردد. مقدار تابع هدف مجدداً به ازای تمامی کرم­ها در این تکرار، محاسبه گردیده و بهترین کرم با کم­ترین مقدار تابع هدف به­عنوان بهترین نتایج ذخیره شوند. سپس از مقایسه بهترین مقدار تابع هدف نسل کنونی با نسل قبلی، باید تعیین شود که آیا بهبودی در روند همگرایی الگوریتم کرم شب­تاب ایجاد شده یا خیر. درصورتی‌که بهبود ایجاد شده باشد، دوباره باید تمامی فرآیند­های قبل (محاسبه فاصله و جذابیت بین کرم­ها و ...) مجدداً تکرار شود.

اما درصورتی‌که بهبودی در عملکرد الگوریتم کرم شب­تاب ایجاد نشده باشد، باید الگوریتم جست­وجوی محلی اجرا شده و مادامی‌که منجر به کاهش تابع هدف ایجاد نگردد، به­طور تصادفی تغییراتی در مکان کرم­ها ایجاد کند.

باید برای جابجایی تصادفی کرم­ها از (5) استفاده گردد درحالی­که شرایط (9) نیز رعایت شود. درصورتی‌که انحراف­های ایجاد شده منجر به بهبود در مسئله و کاهش تابع هدف گردد، دوباره باید تکرار بعد در الگوریتم کرم شب­تاب اجرا شده و ادامه یابد. کلیه فرآیندهای مذکور مادامی‌که شرط توقف الگوریتم کرم شب­تاب برقرار نشود، بایستی ادامه یابد.

**5. نتایج عددی**

در این قسمت، منحنی مصرف ایران با استفاده از اطلاعاتی شامل جمعیت، تولید ناخالص ملی، واردات و صادرات تخمین زده شده است. به این منظور، در جدول 1 اطلاعات مذکور که از سال­های 1982 تا 2014 در دسترس می­باشد، آورده شده است [17، 18]. از اطلاعات 23 سال (سال­های 1982 تا 2004) به­عنوان اطلاعات ورودی الگوریتم پیشنهادی و برای تعیین ضرایب منحنی مصرف استفاده است؛ اما از اطلاعات 5 سال آخر (سال­های 2005 الی 2009) برای مقایسه و محاسبه شاخص­های مربوط به‌دقت روش پیشنهادی استفاده گردیده است.

**جدول 1: میزان مصرف، جمعیت، واردات، صادرات و تولید ناخالص ملی ایران بین سال­های 1982 تا 2009**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| سال | میزان مصرف برق  (میلیون مگاوات ساعت) | جمعیت  (هزار نفر) | تولید ناخالص ملی  ( ريال) | واردات  (میلیون دلار) | صادرات  (میلیون دلار) |
| 1982 | 18.234 | 40826 | 170281 | 13515 | 339.53 |
| 1983 | 21.753 | 42420 | 191667 | 11845 | 283.74 |
| 1984 | 25.153 | 44077 | 212877 | 18103 | 356.63 |
| 1985 | 28.177 | 45798 | 208516 | 14494 | 361.13 |
| 1986 | 30.812 | 47587 | 212686 | 11408 | 464.95 |
| 1987 | 32.619 | 49445 | 193235 | 9355 | 915.5 |
| 1988 | 34.74 | 50662 | 191312 | 9369 | 1160.79 |
| 1989 | 36.147 | 51909 | 180823 | 8177 | 1036 |
| 1990 | 39.956 | 53187 | 191503 | 12807 | 1043.89 |
| 1991 | 45.107 | 54496 | 218539 | 18722 | 1312.17 |
| 1992 | 49.175 | 55837 | 245036 | 29677 | 2648.7 |
| 1993 | 52.306 | 56656 | 254822 | 29870 | 2987.68 |
| 1994 | 58.114 | 57488 | 258601 | 20037 | 3746.8 |
| 1995 | 63.625 | 58331 | 259876 | 11570 | 4824.55 |
| 1996 | 65.854 | 59187 | 267534 | 12082 | 3250.67 |
| 1997 | 69.671 | 60055 | 283807 | 14467 | 3105.71 |
| 1998 | 73.358 | 61070 | 291769 | 13633 | 2875.59 |
| 1999 | 77.646 | 62103 | 300140 | 13708 | 3013.31 |
| 2000 | 84.656 | 63152 | 304941 | 11972 | 3362 |
| 2001 | 90.366 | 64219 | 320069 | 13186.75 | 3762.7 |
| 2002 | 97.171 | 65301 | 330565 | 17198.25 | 4224.05 |
| 2003 | 105.525 | 66300 | 357671 | 21761 | 4608 |
| 2004 | 114.624 | 67315 | 385630 | 26597.8 | 5972.2 |
| 2005 | 125.528 | 68345 | 410429 | 35388.55 | 6847.3 |
| 2006 | 134.238 | 69390 | 438900 | 39247 | 10474.4 |
| 2007 | 147.001 | 70496 | 467930 | 41722.6 | 12996.91 |
| 2008 | 155.598 | 71532 | 491099 | 48438.82 | 15312.28 |
| 2009 | 169.047 | 72584 | 495266 | 56042.01 | 18333.58 |

به این صورت که ابتدا، الگوریتم پیشنهادی اجرا شده و با اختیار داشتن تاریخچه ورودی­های مورد نیاز، ضرایب تعیین کننده منحنی تخمین با هدف کاهش مجموع مربعات خطا، محاسبه شده است. سپس، با معلوم و ثابت بودن ضرایب مذکور، جمعیت، تولید ناخالص ملی، واردات و صادرات در سال­های آتی (2005 الی 2009)، توان مصرفی در این سال­ها پیش­بینی گردیده است. سپس، برای تعیین دقت تخمین، انحراف مصارف پیش­بینی شده با مقادیر واقعی محاسبه گشته و مورد ارزیابی قرار گرفته است.

**5.1. تخمین منحنی مصرف بر اساس اطلاعات در دسترس از سال­های قبل**

در ادامه، بر اساس نوع تابع پیشنهادی برای تخمین منحنی مصرف برق، تعداد ضرایب مجهول در الگوریتم پیشنهادی متفاوت می­باشد؛ اما ساختار کلی و روند حل مسئله در تمامی این حالات، یکسان می­باشد. مفروضات و نتایج حاصل از حالات مختلف در تخمین برق مصرفی، در ذیل آورده شده است.

**5.1.1. منحنی مربعی**

در این قسمت، الگوریتم ترکیبی پیشنهادی برای تعیین بهینه ضرایب تابع مربعی جهت تخمین منحنی مصرف ایران با استفاده از اطلاعات بازه زمانی سال­های 1982 تا 2004 اجرا شده است. اطلاعات مربوط به پارامترهای تعیین‌کننده ساختار الگوریتم پیشنهادی در جدول 2 آورده شده است.

شرط توقف الگوریتم پیشنهادی هر دو قید زیر لحاظ شده است:

* کاهش مقدار تابع هدف به مقداری کم­تر از 100
* عدم بهبود در مقدار تابع هدف پس از گذشت 40 تکرار لحاظ شده است.

**جدول 2: پارامترهای لازم برای اجرای الگوریتم پیشنهادی**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | تعداد متغیرها | حداکثر تعداد تکرارها | تعداد کرم­ها در هر تکرار |
| 1 | 2/0 | 2 | 15 | 10000 | 50 |

با اجرای الگوریتم پیشنهادی تحت شرایط درج شده در جدول 2، روند همگرایی مسئله در شکل 5 نمایش داده شده است. مشاهده می­گردد که پس از 4825 تکرار، مقدار تابع هدف به 2183/99 میل کرده و شرط توقف برقرار شده است.



**تعداد تکرار**

**مقدار لگاریتمی تابع هدف**

**شکل 5: روند همگرایی الگوریتم پیشنهادی با هدف تعیین بهینه ضرایب منحنی مربعی**

با توجه به شکل 5، به­منظور نمایش کارایی الگوریتم جست و جوی تکرار محلی در روش ترکیبی پیشنهادی، روند همگرایی روش ترکیبی بین تکرارهای 3800 تا 4000، در شکل 6 بزرگ­نمایی شده است. منحنی خط­چین، مربوط به روند کاهش تابع هدف توسط الگوریتم ترکیبی (بر پایه الگوریتم کرم شب­تاب) و خطوط افقی، مربوط به لحظات عملکرد الگوریتم جست و جوی تکرار محلی است.

در الگوریتم پیشنهادی، عدم کاهش مقدار تابع هدف پس از 10 تکرار متوالی، شرط عملکرد الگوریتم جست و جوی تکرار محلی لحاظ شده است. همچنین، ایجاد بهبود در پاسخ مساله (کاهش مقدار تابع هدف) در تکرار کنونی نسبت به تکرار قبلی، به­عنوان شرط بازگشت به الگوریتم کرم شب­تاب لحاظ شده است.

به­عنوان مثال، در 3866امین تکرار الگوریتم ترکیبی، به­دلیل عدم کاهش تابع هدف در 10 تکرار قبلی، الگوریتم تکرار جست و جوی محلی (ILS) فعال شده و مقدار تابع هدف از 3/991 به 3/981 کاهش داده است. سپس الگوریتم کرم شب­تاب مجددا شروع به کار کرده و مقدار تابع هدف را تا تکرار 3873 به 1/565 کاهش داده است. اما، به­دلیل عدم کاهش f(z)، مجددا الگوریتم ILS در تکرار 3884 فعال شده و مقدار تابع هدف را به 8/538 کاهش داده است.

**تعداد تکرار**



**مقدار لگاریتمی تابع هدف**

**شکل 6: نحوه عملکرد الگوریتم جست و جوی تکرار محلی در روند همگرایی روش ترکیبی**

نتایج مربوط به بهترین پاسخ آخرین تکرار روش پیشنهادی، در جدول 3 آورده شده است. بر اساس این نتایج، منحنی مصرف واقعی (طبق جدول 1) با منحنی مصرف پیش­بینی شده در شکل 7 مقایسه شده است.

**جدول 3: ضرایب بهینه برای تعیین منحنی تخمین مصرف برق ایران توسط تابع مربعی**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ضریب |  |  |  |  |  |  |  |  |
| مقدار | 4.58598 | 9.34e-05 | 0.00019- | 9.82e-06 | -2.46e-09 | -6.42e-09 | 5.22e-09 | 1.17e-08 |
| ضریب |  |  |  |  |  |  |  |  |
| مقدار | -7.96e-09 | -7.76e-09 | -1.37e-08 | 2.90e-08 | 1.88e-09 | 3.91e-08 | 5.03e-08 |  |

FzminCompare2

**شکل 7: مقایسه منحنی واقعی مصرف برق ایران با منحنی تخمینی مربعی بین سال­های 1982 تا 2004**

شاخص­های ، MAPE و RMSE، به ترتیب برابر 994361/0، 5589/3، 0769/2 می­باشند که دقت بالا و خطای اندک در تخمین و مدل­سازی را نشان می­دهند.

در ادامه، برای ارزیابی دقت منحنی تخمینی، اطلاعات واردات، صادرات، تولید ناخالص ملی و جمعیت 5 سال بعدی (از سال 2005 تا 2009) به تابع تخمینی به دست آمده اعمال شده و توان مصرفی در این سال­ها پیش­بینی شده است. سپس، در منحنی نمایش داده شده در شکل 8، مصارف پیش­بینی شده با مقادیر واقعی مقایسه گردیده است.

نتایج مذکور به همراه درصد انحراف در تخمین هرسال، در جدول 4 آورده شده است. مشاهده می­شود که رفته‌رفته با گذشت زمان، انحراف در تخمین­ها شدت می­یابد. تا حدودی علت این پدیده را، رشد غیرخطی توان مصرفی مشترکین با توجه به فاکتور کیفیت سطح زندگی و رفاه اجتماعی دانست.

همان­طور که مشاهده می­شود، تخمین سال اول، فقط 27/0 درصد از مقدار واقعی کم­تر می­باشد؛ اما در سال بعد توان مصرفی پیش­بینی شده، حدود 9/0 درصد از توان مصرفی واقعی بیش­تر بوده است. به­طور مشابه، در سال­های 2007 تا 2009 نیز به ترتیب حدود 26/2، 32/4 و 54/3 درصد خطا در تخمین وجود داشته است.

FzminPredict2

**شکل 8: مقایسه توان مصرفی پیش­بینی شده توسط منحنی مربعی با مقادیر واقعی در بازه 2005 الی 2009**

**جدول 4: بار مصرفی واقعی و پیش­بینی شده توسط منحنی مربعی برای ایران در سال­های 2005 تا 2009**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| سال | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| بار واقعی (TWh) | 125.528 | 134.238 | 147.001 | 155.598 | 169.047 |
| بار پیش­بینی شده (TWh) | 125.1779 | 135.4501 | 150.3277 | 162.3208 | 163.0469 |
| درصد انحراف | 0.278887 | 0.90299- | 2.26302- | 4.32061- | 3.549383 |

اقدامات انجام شده در این قسمت، مشابه قبلی می­باشد. با این تفاوت که نوع منحنی تخمینی مورد استفاده، به انواع درجه یک، درجه 3 و نمایی تغییر یافته است. در این شرایط، بسته به نوع منحنی، تعداد ضرایب مجهول در الگوریتم پیشنهادی تغییر خواهد یافت.

**5.1.2. سایر منحنی­های مرسوم**

در این قسمت، نتایج بهینه حاصل شده از تخمین منحنی مصرف برق ایران به کمک توابع درجه اول، سوم و نمایی آورده شده است. منحنی­های مذکور به­ترتیب در روابط (14) الی (16) آورده شده­اند. همان­طور که مشاهده می­شود، تعداد مجهولات این منحنی­ها به­ترتیب 5، 35 و 9 عدد می­باشد.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (14) | |  | |
| (15) |  | |
| (16) | |  | |

ضرایب بهینه حاصل شده مربوط به منحنی­های تخمین با توابع درجه اول، سوم و نمایی به­ترتیب در جدول 5 الی جدول 7 آورده شده­اند.

**جدول 5: ضرایب بهینه برای تعیین منحنی تخمین مصرف برق ایران توسط درجه یک**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ضریب |  |  |  |  |  |
| مقدار | 87.8719- | 0.001349 | 0.00029 | 0.00034- | 0.000782 |

**جدول 6: ضرایب بهینه برای تعیین منحنی تخمین مصرف برق ایران توسط تابع درجه سه**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ضریب |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| مقدار | 3.26167- | 9.05e-05 | 1.00-e-05 | 4.17-e-06 | 1.72e-09 | 2.66e-09 | 2.65e-12 | 4.32-e-10 | 2.14e-09 |
| ضریب |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| مقدار | 4.06-e-13 | 1.19-e-11 | 1.59-e-13 | 1.09-e-13 | 1.56-e-13 | 2.43e-13 | 6.48e-14 | 4.91e-15 | 1.36e-13 |
| ضریب |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| مقدار | 8.90e-14 | 5.20e-15 | 4.49-e-14 | 9.78-e-15 | 2.88e-14 | 3.19e-14 | 1.61e-13 | 1.22e-15 | 3.98-e-14 |
| ضریب |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| مقدار | 6.62e-14 | 1.09e-13 | 1.49-e-14 | 1.50-e-14 | 6.90-e-14 | 5.80-e-15 | 2.71-e-13 | 2.51-e-10 |  |

**جدول 7: ضرایب بهینه برای تعیین منحنی تخمین مصرف برق ایران توسط تابع نمایی**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ضریب |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| مقدار | 99.2411- | 8.8027- | 10- | 0.724686 | 0.019183 | 8.32142- | 0.985286 | 0.22044- | 4.92096- |

همچنین، در شکل 9 و شکل 10، منحنی­های مصرف تخمینی با توابع درجه اول، سوم و نمایی با منحنی واقعی مصرف برق ایران مقایسه شده است. همان­طور که مشاهده می­شود، اگ منحنی­های تخمین درجه اول و سوم در قسمت آموزش شباهت بالایی با منحنی واقعی دارند، اما خطای تخمین­های در سال­های بعدی (آزمایش) افزایش بیش­تری داشته است. اما تابع تخمین نمایی در بخش آموزش تشابه نسبتا خوبی را مخصوصا در سال­های پایانی آموزش داشته است. همچنین در سال­های بعدی (آزمایشی)، دقت بالایی در پیش­بینی مصرف داشته است.

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\Nader.h\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\fzminCompare.emf  **الف) منحنی تخمینی با تابع درجه اول** | C:\Users\Nader.h\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\fzminPredict.emf  **الف) منحنی تخمینی با تابع درجه اول** |
| FzminCompare2  **ب) منحنی تخمینی با تابع درجه سوم** | C:\Users\N.H\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\fzminPredict2.emf  **ب) منحنی تخمینی با تابع درجه سوم** |
| FzminCompare2  **ج) منحنی تخمینی با تابع نمایی** | FzminPredict  **ج) منحنی تخمینی با تابع نمایی** |
| **شکل 9: مقایسه منحنی واقعی مصرف برق ایران بین سال­های 1982 تا 2004 با منحنی تخمینی** | **شکل 10: مقایسه منحنی واقعی مصرف برق ایران بین سال­های 2005 الی 2009 با مقادیر پیش­بینی شده توسط توابع تخمین** |

برای افزایش دقت مقایسه­ها، خلاصه­ای از تخمین­ها و درصد انحراف آن­ها در جدول 8 آورده شده است. اگر مبنای عملکرد توابع تخمین، درصد انحرافات توان­های مصرف پیش­بینی شده در سال­های 2005 تا 2009 باشد، به­ترتیب تابع نمایی، تابع درجه یک و نهایتا تابع درجه سوم دارای دقت بیش­تری می­باشند. در حالی که با مقایسه نتایج جدول 8 با در جدول 4، مشاهده می­شود که دقت هیچ­کدام از این سه تابع، به اندازه تابع مربعی نمی­باشد. حداکثر انحراف تابع مربعی در حدود 3/4 درصد است در حالی که در تابع نمایی به 7 درصد رسیده است.

**جدول 8: بار مصرفی واقعی و پیش­بینی شده توسط منحنی درجه اول، سوم و تابع نمایی برای ایران در سال­های 2005 تا 2009**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| نوع تابع | سال | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| درجه  یک | بار واقعی (TWh) | 125.528 | 134.238 | 147.001 | 155.598 | 169.047 |
| بار پیش­بینی شده (TWh) | 116.7604 | 127.9536 | 139 | 146.6408 | 149.0359 |
| درصد انحراف | 6.98 | 4.68 | 5.44 | 5.76 | 11.84 |
| درجه  سه | بار واقعی (TWh) | 125.528 | 134.238 | 147.001 | 155.598 | 169.047 |
| بار پیش­بینی شده (TWh) | 122.2668 | 41.46696 | 103.451- | 325.442- | 830.94- |
| درصد انحراف | 2.60 | 69.11 | 170.37 | 309.16 | 591.54 |
| نمایی | بار واقعی (TWh) | 125.528 | 134.238 | 147.001 | 155.598 | 169.047 |
| بار پیش­بینی شده (TWh) | 124.3115 | 135.5431 | 146.7574 | 155.5687 | 157.1602 |
| درصد انحراف | 0.97 | 0.97- | 0.17 | 0.02 | 7.03 |

به منظور مقایسه دقت و کارایی انواع توابع تخمینی با روش پیشنهادی، مقادیر تمامی شاخص­ها و برای ارزیابی دقت پیش­بینی­های قابل انجام توسط این توابع، حداکثر انحراف تخمین­های آتی در جدول 9: آورده شده است.

طبق این نتایج مشاهده می­شود که بیش­ترین حداکثر درصد انحراف مربوط به منحنی درجه سه با مقدار 54/591 درصد و کم­ترین مربوط به منحنی مربعی با مقدار 32/4 درصد است؛ همچنین، کم­ترین مقادیر شاخص­های MAPE و RMSE و بیش­ترین مربوط به منحنی مربعی است.

**جدول 9: مقایسه بهینه­ترین نتایج به دست آمده برای هر نوع از منحنی­های تخمین**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| تعداد تکرار |  | MAPE | RMSE | حداکثر درصد انحراف  تخمین­های آتی |  |
| 5917 | 988953/0 | 77/5 | 8959/2 | 84/11 | منحنی درجه یک |
| 6406 | 99805/0 | 18572/2 | 21666/1 | 32/4 | منحنی مربعی |
| 12163 | 99750/0 | 38613/2 | 37818/1 | 54/591 | منحنی درجه سه |
| 2433 | 950962/0 | 83336/12 | 106289/6 | 03/7 | منحنی نمایی |

در ادامه، یک ارزیابی دیگر جهت مقایسه روش پیشنهادی با روش مرجع [19] انجام شده است. در این مقایسه، ضرایب بهینه تابع مربعی در جدول 7 مرجع [19] (مربوط به روش PSO-vc) و ضرایب بهینه حاصل شده از روش پیشنهادی در جدول 3، به اطلاعات موجود در سال­های 1982 تا 2004 اعمال شده و منحنی حاصل شده در شکل 12 رسم شده است.

بر این اساس، مقدار تابع هدف حاصل شده از روش PSO-vc برابر 89/3176 می­باشد، در حالی که در روش پیشنهادی به 22/99 کاهش یافته است. همچنین، مقادیر معیارهای ، MAPE و RMSE حاصل شده از روش PSO-vc نیز به­ترتیب برابر 9045/0، 95/18 و 75/11 می­باشد. اما، مقادیر معیارهای مذکور در روش پیشنهادی با تابع مربعی به مقادیر 99436/0، 55894/3 و 07698/2 کاهش یافته­اند.

Compare

**شکل 11: مقایسه نتایج مرجع [19] با نتایج حاصل شده از روش پیشنهادی برای کشور ایران**

**5.2.­ پیش­بینی مصرف برق ایران در آینده**

با توجه به نتایج حاصل شده در قسمت­ قبلی، صحت و کارایی روش پیشنهادی اثبات شد. درنتیجه، در این قسمت به ضرایب بهینه حاصل شده در جدول 3 و مقادیر احتمالی جمعیت، تولید ناخالص ملی، صادرات و واردات جدول **10**، مصرف برق ایران در سال­های 2017 الی 2031 پیش­بینی شده و در شکل 12 ترسیم شده است.

Future

**شکل 12: منحنی تخمینی مصرف برق ایران در سال­های 2017 الی 2031**

**جدول 10: مقادیر احتمالی جمعیت، واردات، صادرات و تولید ناخالص ملی ایران بین سال­های 2017 تا 2031**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| سال | جمعیت  (هزار نفر) | تولید ناخالص ملی  ( ريال) | واردات  (میلیون دلار) | صادرات  (میلیون دلار) |
| 2017 | 80359 | 603491 | 44135.8 | 41359.12 |
| 2018 | 81209 | 611345 | 45862.41 | 43665.04 |
| 2019 | 81937 | 619883 | 46903.06 | 43992.3 |
| 2020 | 82714 | 630018 | 48217.9 | 44677.02 |
| 2021 | 83489 | 637749 | 47601.5 | 45318.7 |
| 2022 | 84167 | 648246 | 47305.48 | 46227.23 |
| 2023 | 84972 | 662341 | 48678.3 | 47800.6 |
| 2024 | 85805 | 681199 | 50023.2 | 45023.11 |
| 2025 | 86973 | 694682 | 51337.8 | 46343.28 |
| 2026 | 88119 | 709866 | 52437.2 | 47554.17 |
| 2027 | 89763 | 724315 | 52891.1 | 47023.7 |
| 2028 | 90346 | 728631 | 54362.09 | 48132.44 |
| 2029 | 90978 | 737726 | 56137.5 | 49336.79 |
| 2030 | 91536 | 747069 | 58611.23 | 50521.64 |
| 2031 | 92057 | 761330 | 59147.35 | 52370.47 |

**6. نتیجه­گیری**

در این مقاله، روشی برای تخمین منحنی مصرف برق ایران انجام شده است. منحنی تخمین توسط تابع مربعی بهینه شده مبتنی بر جمعیت، تولید ناخالص ملی، صادرات و واردات فرمول­بندی شده است. برای تعیین بهنیه ضرایب غیرخطی و متعدد تابع مربعی، از یک روش بهینه­سازی ترکیبی شامل الگوریتم کرم شب­تاب و روش جست و جوی محلی تکراری استفاده گردیده است. افزایش دقت و سرعت همگرایی از عمده مزایای این روش ترکیبی می­باشند. در ادامه، با استفاده از تاریخچه اطلاعات 35 سال اخیر ایران، تابع تخمین محاسبه و دقت آن مورد ارزیابی قرار گرفته است. براساس نتایج حاصل شده، بیش­ترین خطای تخمین نهایتا به 3/4 درصد رسیده است. درنهایت، با توجه به نرخ رشد جمعیت، واردات، صادرات و تولید ناخالص ملی در سال­های آتی، منحنی مصرف برق ایران تا سال 2031 میلادی تخمین زده شده است.

**7. مراجع**

[1] K. Kavaklioglu, "Robust electricity consumption modeling of Turkey using singular value decomposition," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems,* vol. 54, pp. 268-276, 2014.

[2] K. Kavaklioglu, "Modeling and prediction of Turkey’s electricity consumption using Support Vector Regression," *Applied Energy,* vol. 88, no. 1, pp. 368-375, 2011.

[3] K. Padmakumari, K. Mohandas, and S. Thiruvengadam, "Long term distribution demand forecasting using neuro fuzzy computations," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems,* vol. 21, no. 5, pp. 315-322, 1999.

[4] G. Zahedi, S. Azizi, A. Bahadori, A. Elkamel, and S. R. W. Alwi, "Electricity demand estimation using an adaptive neuro-fuzzy network: a case study from the Ontario province–Canada," *Energy,* vol. 49, pp. 323-328, 2013.

[5] A. Azadeh, S. Ghaderi, S. Tarverdian, and M. Saberi, "Integration of artificial neural networks and genetic algorithm to predict electrical energy consumption," *Applied Mathematics and Computation,* vol. 186, no. 2, pp. 1731-1741, 2007.

[6] S. Saravanan, S. Kannan, S. Amosedinakaran, and C. Thangaraj, "India's electricity demand estimation using Genetic Algorithm," in *Circuit, Power and Computing Technologies (ICCPCT), 2014 International Conference on*, 2014, pp. 97-101: IEEE.

[7] A. Azadeh, M. Saberi, and O. Seraj, "An integrated fuzzy regression algorithm for energy consumption estimation with non-stationary data: a case study of Iran," *Energy,* vol. 35, no. 6, pp. 2351-2366, 2010.

[8] M. F. Tefek, H. Uğuz, and M. Güçyetmez, "A new hybrid gravitational search–teaching–learning-based optimization method for energy demand estimation of Turkey," *Neural Computing and Applications,* pp. 1-16, 2017.

[9] S. Wang, X. Sun, and U. Lall, "A Bayesian regression model for predicting summer residential electricity demand across the USA," *Energy,* vol. 140, pp. 601-611, 2017.

[10] A. Al-Wakeel, J. Wu, and N. Jenkins, "k-means based load estimation of domestic smart meter measurements," *Applied Energy,* vol. 194, pp. 333-342, 2017.

[11] S. Gulcu and H. Kodaz, "The estimation of the electricity energy demand using particle swarm optimization algorithm: A case study of Turkey," *Procedia Computer Science,* vol. 111, pp. 64-70, 2017.

[12] G. K. Tso and K. K. Yau, "Predicting electricity energy consumption: A comparison of regression analysis, decision tree" *Energy,* vol. 32, no. 9, pp. 1761-1768, 2007.

[13] M. D. Toksarı, "Ant colony optimization approach to estimate energy demand of Turkey," *Energy Policy,* vol. 35, no. 8, pp. 3984-3990, 2007.

[14] A. Ünler, "Improvement of energy demand forecasts using swarm intelligence: The case of Turkey with projections to 2025," *Energy Policy,* vol. 36, no. 6, pp. 1937-1944, 2008.

[15] S. Jebaraj and S. Iniyan, "A review of energy models," *Renewable and Sustainable Energy Reviews,* vol. 10, no. 4, pp. 281-311, 2006.

[16] E. Erdogdu, "Electricity demand analysis using cointegration and ARIMA modelling: A case study of Turkey," *Energy policy,* vol. 35, no. 2, pp1129-1146, 2007.

[17] E. Balance, "Ministry of Energy: Energy Balance Annual Report," ed: Tehran, 2005.

[18] "Central bank of islamic republic of Iran," *Report and statistics,* 2007.

[19] A. Askarzadeh, "Comparison of particle swarm optimization and other metaheuristics on electricity demand estimation: A case study of Iran," *Energy,* vol. 72, pp. 484-491, 2014.

1. **Corresponding author: توضیحات مربوط به نويسنده اوّل**

   **Email:**  [↑](#footnote-ref-1)
2. Save Our Ship [↑](#footnote-ref-2)
3. Itteration Local Search [↑](#footnote-ref-3)
4. Multi-start [↑](#footnote-ref-4)
5. Gross National Product [↑](#footnote-ref-5)
6. Export [↑](#footnote-ref-6)
7. Import [↑](#footnote-ref-7)
8. Population [↑](#footnote-ref-8)
9. Root Mean Square Error [↑](#footnote-ref-9)
10. Mean Absolute Percentage Error [↑](#footnote-ref-10)